

Percepção de docentes e futuros docentes dos anos iniciais sobre os conceitos de área e perímetro

Maria Cândida Müller¹
Sergio Lorenzato²

Resumo. Estes são alguns resultados da pesquisa de cunho qualitativo e exploratório - *O ensino de Geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: percepção de professores dos anos iniciais de Vilhena (Rondônia/Brasil) sobre perímetro e área de figuras planas*, desenvolvida nos anos de 2013 a 2015. O objetivo foi investigar a percepção dos docentes e futuros docentes com relação aos conceitos de perímetro e área de figuras planas. Aplicou-se um instrumental com dezessete questões. A análise dos dados revelou as dificuldades de compreensão dos conceitos de área e perímetro, também apontados por autores da área de Educação Matemática em outros estudos. A pesquisa pretendeu propor abordagens significativas para o ensino de área e perímetro através de curso de extensão planejado a partir dos dados obtidos na pesquisa.

Palavras-chave. Ensino de Geometria. Anos iniciais. Formação de professores. Educação Matemática.

1 Iniciando o estudo: sobre o ensino de Geometria nos anos iniciais

Os anos iniciais são uma etapa da escolarização fundamental para aquisição de noções, percepções e conceitos das diferentes áreas do conhecimento e, em especial, da Geometria. Vários autores da área de Educação Matemática, tais como: Lorenzato (2006), Mauro (2007), Nacarato & Passos (2003), Pavanello (2004), Broitmann e Itzcovich (2006) têm direcionado seus estudos para esta área. No entanto, como afirma Pavanello (2004), a capacidade de observar

¹ Professora do Departamento Acadêmico de Ciências da Educação do Campus de Vilhena e do PPGEE/Mestrado Profissional em Educação Escolar da Universidade Federal de Rondônia. E-mail: maria.candida@unir.br

² Professor da Faculdade de Educação - Universidade Estadual de Campinas. E-mail: slorenzato@sigmanet.com.br

o espaço tridimensional, elaborar modos de se comunicar a respeito desse espaço, assim como, atividades de leitura e escrita, entre outras que necessitam o desenvolvimento da percepção espacial, orientação, coordenação de vários ângulos de observação dos objetos, não vêm sendo trabalhadas de forma adequada na escola básica.

Além disso, o ensino de matemática não se resume a atender um objetivo de utilidade e uso cotidiano desse conhecimento, mas prevê o desenvolvimento de resolução de problemas baseados na realidade em que o aluno está inserido e, nesse processo, possibilitar a descoberta das relações matemáticas como comparar, procurar regularidades, fazer conjecturas, elaborar hipóteses, fazer estimativas, criar modelos matemáticos, propor problemas, entre outras que fazem parte do chamado conhecimento matemático. Em especial, o ensino de Geometria nos Anos iniciais como apontado por Pavanello (2004) e também por Luna (2009, p. 73) “favorece o desenvolvimento da noção do espaço, a percepção dos conceitos geométricos em diferentes contextos e as relações existentes entre números e medidas”. A Geometria permite “compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vivemos e para isto, a construção desses saberes supõe a investigação e exploração do mundo físico” (LUNA, 2009, p. 73).

Outro aspecto importante relacionado ao ensino de Geometria é apontado por Biani (2011) que observa em seus estudos que a área de Geometria é preterida em relação à Aritmética e à Álgebra no desenvolvimento dos conteúdos escolares. De acordo com essa autora, a resistência ao ensino de Geometria na escola básica pode estar relacionada a aspectos históricos do ensino de Geometria, que, no século dezenove e início do século vinte era privilégio do que caracteriza como “ensino masculino”, voltado aos homens, enquanto que às mulheres, a maioria do contingente dos profissionais da educação, se ensinava a Aritmética. Além disso, considera que a Geometria foi sempre “conteúdo destinado às elites privilegiadas” (BIANI, 2011, p. 3). De acordo com a autora

[...] em 1827 a mulher passou a ter direito a receber instrução; no entanto de maneira diferenciada do ensino masculino: aprendiam a costurar, bordar e cozinhar; a Geometria era matéria para homens, que ganhavam maior salário por isso; as mulheres professoras (de meninas) ensinavam Aritmética, basicamente as quatro operações, e estavam dispensadas de ensinar geometria. (RABELO, 2007 apud BIANI, 2011, p. 3).

Para se entender as mudanças que ocorreram no processo de se ensinar geometria (ou melhor, de não se ensinar geometria na escola), a chamada Matemática Moderna, movimento que ocorreu na década de setenta do século passado, pode ser considerada como um marco importante. Segundo Nacarato e Passos (2003, apud RIBEIRO; TEIXEIRA, 2010), “[...] a partir do Movimento da Matemática Moderna, eliminou-se a abordagem euclidiana, e passou-se a privilegiar uma proposta axiomática no ensino secundário, havendo assim dificuldades em estabelecer um elo entre a Geometria prática e a escola elementar”.

Para se aprender Matemática e, em especial, Geometria tanto os alunos quanto os professores precisam vivenciar de algum modo o processo pelo qual a matemática foi produzida ao longo de sua história; de acordo com Pavanello (2004, p. 131) “os professores em sua formação inicial ou continuada precisam ter algum contato como o modo pelo qual os matemáticos produzem a matemática, os procedimentos que utilizam nessa produção”.

Assim, ao justificarem a escolha da Geometria como campo do saber a ser estudado pelo grupo de professores com os quais trabalharam, Nacarato, Gomes e Grando (2008, p. 27) observam que “esse campo matemático raramente é trabalhado nas escolas públicas e, quando o é, ocorre no final do ano ou de forma totalmente destituída de sentido e significado para o aluno”. Além disso, apontam que os alunos ingressantes nos cursos de formação de professores são oriundos desta escola que não trabalhou os conceitos geométricos e, portanto, não têm conhecimentos básicos nesse campo.

Daí a necessidade de se possibilitar ao professor e ao futuro professor, numa perspectiva de formação permanente, vivenciar situações que permitam observar, comparar, medir, conjecturar, imaginar, criar, generalizar, deduzir, verificar, ou seja, desenvolver o chamado raciocínio plausível (POLYA, 1954), que é próprio de quem produz o conhecimento matemático.

E como isso é possível, se o professor na sua época como aluno, provavelmente não aprendeu dessa forma? Talvez uma possível resposta a essa questão esteja na constituição das chamadas comunidades de aprendizagem do professor, nas quais professores em exercício, professores em formação se reúnem, discutem e aprendem juntos os mais diversos assuntos.

No caso desta pesquisa, um dos lócus de coleta de dados foi o Grupo GETEMAT (Grupo de Estudo e Trabalho Pedagógico para o Ensino de Matemática) – grupo de estudo colaborativo constituído por docentes da educação básica (professoras dos anos iniciais da rede municipal de

Vilhena/Rondônia), futuros professores (estudantes de graduação em Pedagogia da Universidade Federal de Rondônia/Campus de Vilhena) e docentes desse curso (MÜLLER, 2011; MÜLLER; CARVALHO, 2012). Outro espaço e coleta de informações foram as escolas municipais de Vilhena, em especial, os docentes que atuavam no 4º e 5º ano, pois esses professores necessariamente precisam trabalhar com os conceitos de área e perímetro nas suas aulas de matemática.

O objetivo principal desta pesquisa, de cunho qualitativo e exploratório, foi investigar a percepção dos docentes e futuros docentes das escolas do município de Vilhena (RO), com relação aos conceitos de perímetro e área de figuras planas, bem como levantar possíveis pontos de discussão sobre como trabalhar estes conceitos nos anos iniciais do ensino fundamental durante a realização de um curso de extensão que foi oferecido após a análise dos dados coletados.

O instrumental de coleta de dados foi um questionário aberto com dezessete questões, aplicado em 2013 em uma das reuniões do grupo GETEMAT e, posteriormente em 2014, em nove escolas da rede municipal de Vilhena (RO). A partir das informações obtidas, planejou-se um curso de extensão oferecido no ano de 2015, no qual as dificuldades apontadas pelos docentes e futuros docentes com relação a esses dois conceitos foram retomadas e discussões sobre como desenvolvê-los em sala de aula foram alimentadas por sugestões de diferentes autores que tratam do tema.

2 Interlocutores teóricos: alguns estudos sobre o tema

Nessa seção, baseada no artigo de Müller e Lorenzato (2015) que apresenta os primeiros resultados desse estudo, os principais interlocutores teóricos que auxiliaram na análise dos dados e também na perspectiva apresentada para os participantes do curso de extensão sobre como trabalhar os conceitos de área e perímetro nos primeiros anos de escolarização.

Lorenzato (2006) destaca que *Medida, Geometria e Número* constituem o tripé básico dos conhecimentos matemáticos recomendados aos anos iniciais, o que mais uma vez valida a importância do estudo dos conceitos de perímetro e área, pois os mesmos integram estes três

aspectos. Além disto, este autor ressalta a importância do desenvolvimento do processo de construção do conceito de medida desde a educação infantil, pois este é fundamental para o entendimento dos conceitos de perímetro e área pelos alunos dos anos iniciais.

Para o desenvolvimento de atividades didáticas que efetivamente produzam situações de reflexão, entendimento e significação, o professor necessita estar atento aos recursos que deve disponibilizar às crianças, para que favoreçam a construção de suas ideias. Além de materiais manipuláveis, a elaboração de situações-problema pode ser fundamental para o desenvolvimento dos conceitos em estudo. Para isto, é necessário por parte do professor o desenvolvimento de três tipos de conhecimento, que Mauro (2007, p. 275) destaca em seu estudo: “[...] três saberes docentes que são essenciais no processo da formação inicial de professores, são eles: os conhecimentos epistemológicos, didáticos e específicos”.

No ensino de Geometria nos anos iniciais dois conceitos podem ser considerados como fundamentais, pois possibilitam a integração de diferentes áreas do conhecimento matemático. Estes conceitos são perímetro e área de figuras planas.

Autores como Luna (2009), Brito e Bellemain (2004), Douady e Perrin-Glorian (1989) observam que há três obstáculos no estudo das medidas geométricas: confusão entre perímetro e área, entre contorno e superfície; concepção de que o único modo de comparar grandezas é por meio de números; e concepção de que apenas alguns polígonos possuem perímetro, questão gerada pelo uso quase exclusivo das figuras prototípicas.

Pode-se dizer que é fundamental ao professor que, em suas aulas, ordene as atividades que apóiam os conceitos de área, número e grandeza, pois, a criança convive primeiramente com os entes físicos através do tamanho, contorno, superfície dos objetos que a rodeiam; em seguida, com a necessidade de medi-los, é que surgem os chamados entes geométricos como perímetro e área, os quais são expressos em números, que são os entes aritméticos. Dessa forma, parte-se do mundo real, vivido e sentido, ao mundo das formas e das medidas e, finalmente, chega-se ao mundo dos números, da abstração.

Na pesquisa de Douady e Perrin-Glorian (1989) as autoras recomendam a diferenciação entre os conceitos de área de superfície, área de número e área de grandeza. Para tanto, de acordo com estas autoras, o estudo de área deve distinguir três quadros: o geométrico, o das grandezas e o numérico. A mudança de quadros provocada pelo professor através das situações

de aprendizagem propostas por ele é que possibilita ao aluno obter formulações diferentes para um mesmo problema, possibilitando a construção do conceito nos seus três aspectos.

Dessa forma, discutir com os professores e futuros professores como eles percebem estes dois conceitos matemáticos (perímetro e área) torna-se fundamental, pois é a partir do conhecimento próprio da área de matemática que terão condições de propor atividades e situações-problema que permitirão aos alunos compreender e utilizar estes conceitos em diferentes contextos.

Com relação ao conteúdo de perímetro e área, Mauro (2007) destaca que, no levantamento bibliográfico sobre o tema, o grupo de professores chegou à seguinte conclusão:

[...] no estudo de área e perímetro é necessário considerar três polos: o geométrico – que compreende as figuras geométricas e seu contorno; o numérico – que se refere às medidas das grandezas área e perímetro, composto por números reais não-negativos e da grandeza relacionado às ideias de área e perímetro, constituindo-se nas propriedades das figuras geométricas e do seu contorno. E também, recomenda-se uma exploração de situações de comparação, produção e medidas na resolução de situações-problema, envolvendo muitas vezes as estimativas (MAURO, 2007, p. 277).

A afirmação anterior corrobora que os conceitos de perímetro e área de figuras planas podem ser considerados como conceitos integradores de diferentes conteúdos matemáticos.

Com relação ao tipo de conhecimento que o professor precisa para ensinar e desenvolver atividades de aprendizagem dos conceitos de perímetro e área, Mauro (2007) destaca que muitas vezes o professor não desenvolve o conteúdo de forma adequada por não ter tido oportunidade, na sua formação, de estudar e conhecer o conceito. Ao relatar o desenvolvimento do estudo sobre área e perímetro por uma professora dos anos iniciais, a autora observa que:

[...] de acordo com seus relatos, até então, ela não sentira despertada a curiosidade ou a necessidade de trabalhar com esse bloco de conteúdo, durante a sua vivência em sala de aula. Uma explicação para isso seria o desconhecimento da importância de trabalhar tais conteúdos ou a falta de propriedade acerca de o quê, porque e como proporcionar aprendizagem numa construção tão abstrata do pensamento (MAURO, 2007, p. 276).

Além disto, destaca que:

[...] as questões da professora investigadora centravam-se nos aspectos pontuados por Shulman (1986) no que se refere ao domínio do conteúdo no ensino e por Pimenta

(1999), que destaca a importância da mobilização dos saberes da experiência para a construção da identidade profissional do professor, o que é retratado nas suas falas: “Como ensinar o que não foi construído na minha própria aprendizagem?” “Como descentrar um olhar perceptível para uma construção lógico-matemática?” “Como ‘desconstruir’ esta resistência em pensar diferente?” (MAURO, 2007, p. 276).

Esta experiência relatada pela autora demonstra a importância da formação de grupos de estudo reunindo professores que já estão em sala de aula com professores em formação, para que juntos possam ampliar suas perspectivas de estudo e conhecimento sobre os conteúdos matemáticos escolares que precisam ser trabalhados com os alunos.

3 Os primeiros resultados da pesquisa: os dados de 2013

Essa seção está baseada nos dados apresentados pelos autores na XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática - CIAEM, que aconteceu em 2015, no México³.

No primeiro semestre de 2013 foi elaborado um questionário para coleta de dados, numa ação conjunta entre os dois autores deste artigo. O instrumental é composto por três partes, sendo que a primeira faz a identificação do participante, a segunda trata das questões relacionadas ao conhecimento do entrevistado sobre Geometria, e a terceira refere-se ao conhecimento sobre como ensinar Geometria.

Ainda no ano de 2013, no segundo semestre, foi realizada a aplicação dos questionários aos participantes do grupo GETEMAT (Grupo de Estudo e Trabalho Pedagógico para o Ensino de Matemática) – grupo de estudo colaborativo constituído por docentes da educação básica (professoras dos anos iniciais da rede municipal de Vilhena/Rondônia), futuros professores (estudantes de graduação em Pedagogia da Universidade Federal de Rondônia/Campus de Vilhena) e docentes desse curso (MÜLLER, 2011; MÜLLER; CARVALHO, 2012). Foram respondidos 25 questionários, sendo que três foram respondidos por professores que atuam nos anos iniciais das escolas municipais de Vilhena e vinte e dois por estudantes do Curso de Pedagogia da Universidade Federal de Rondônia - UNIR/ Vilhena. Entre os estudantes, sete

³ Os dados coletados nessa etapa foram publicados em: MÜLLER, M. C.; LORENZATO, S. . Geometria nos anos iniciais: sobre os conceitos de área e perímetro. In: Patrick (Rick) Scott y Ángel Ruíz.. (Org.). Educación Matemática en las Américas: 2015. Volumen 9: Geometría.. 1ed.: , 2015, v. 9, p. 100-108.

participavam do Programa Institucional de Iniciação à Docência (PIBID)⁴ e cursavam o quinto e sétimo semestres do curso. Os demais são alunos de diferentes semestres do Curso.

Antes da aplicação do instrumento, a proposta da pesquisa foi apresentada ao grupo e os integrantes foram convidados a participar como colaboradores. Todos os presentes responderam ao questionário. Esses dois momentos, apresentação do Projeto de Pesquisa e aplicação do questionário, foram um preâmbulo para o início das discussões com o grupo sobre algumas questões relacionadas ao ensino de Geometria nos anos iniciais, como por exemplo, a relação entre o estudo da Geometria e a realidade, e a importância da observação na construção de noções espaciais que auxiliarão os estudantes na construção dos conceitos geométricos ao longo de sua vida escolar. Após esses momentos, aconteceram mais três encontros de discussão sobre o ensino de Geometria nos anos iniciais.

A partir dos dados referentes à *identificação dos participantes* (primeira parte do questionário), eles foram distribuídos em três grupos: Grupo 1, composto por estudantes de Pedagogia que não participam do Programa PIBID; Grupo 2, formado pelos bolsistas PIBID e Grupo 3, das professoras dos anos iniciais.

A segunda parte do questionário tratava do *conhecimento sobre Geometria*, e dele foram selecionadas as seguintes questões: a de nº 5, “Cite três propriedades geométricas importantes que fazem parte dos programas dos anos iniciais”, e a de nº 7, “Defina perímetro de quadrado”. A terceira parte do instrumento tratava do *ensino de Geometria*, e tinha a indicação de que, se o entrevistado fosse estudante, deveria responder apenas a algumas das questões. Para apresentação dos dados desta terceira parte foram escolhidas as questões que todos os participantes responderam: a de nº 12 – “O que você responderia ao aluno se ele lhe perguntasse: ‘por que é importante aprender a calcular perímetro e área de figuras?’”, e a de nº 16 – “Cite exemplos de aplicação de conhecimentos sobre perímetro e sobre área de figuras”.

Os dados que se seguem resumem as respostas à questão 5, apresentadas pelos grupos 1, 2 e 3. De modo semelhante, seguem as respostas destes três grupos a cada uma das outras questões (nº 7, nº 12 e nº 16).

⁴ PIBID - Programa da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) que tem como objetivo o aperfeiçoamento e a valorização da formação de alunos de licenciatura participantes de projetos de iniciação à docência desenvolvidos por Instituições de Educação Superior (IES), em parceria com escolas de educação básica da rede pública de ensino.

3.1 Sobre o conhecimento de Geometria

A *questão 5* buscava informações sobre o conhecimento dos participantes a respeito de propriedades geométricas, restringindo-as aos conhecimentos dos anos iniciais.

No Grupo 1, composto por quinze estudantes de Pedagogia, houve a seguinte distribuição de respostas: 33,3% responderam que não sabiam, 33,3% deixaram em branco a resposta e 33,3% responderam alguma coisa. Dos que responderam, as respostas foram: “altura, soma, perímetro”, “área, perímetro, altura”, “quadrado, triângulo, retângulo”, “quadrado, círculo, triângulo”, “quadrado, triângulo e o círculo”.

No Grupo 2, formado por sete estudantes de Pedagogia que participam do PIBID, 43% deixaram em branco a resposta, 43% responderam: “quadrado, triângulo e o círculo”, e 14% responderam “face, vértice e aresta”.

No Grupo 3, composto por três professoras dos anos iniciais, duas deixaram em branco a resposta e uma colocou pontos de interrogação.

Na *questão 7*, que tratava especificamente do conhecimento sobre o que é perímetro do quadrado, houve uma mudança na distribuição de respostas: a maioria arriscou alguma caracterização do que seria o perímetro do quadrado, e onze deixaram em branco ou responderam que não sabiam.

No Grupo 1, as respostas ficaram assim distribuídas: 40% deixaram em branco a resposta; 13,3% responderam que não sabiam e 46,7% deram alguma resposta. Dos que deram alguma resposta, quatro deram a seguinte resposta: “quatro lados iguais”; um respondeu “é o comprimento dos lados do quadrado”; outro “tem quatro áreas iguais ou lados”, e outro a resposta “4x4 os quatro a medida são as mesmas”(sic).

O Grupo 2 apresentou as seguintes respostas: dois deixaram em branco; um respondeu que “perímetro é o limite do quadrado”; outro “todos os lados iguais”; outro “é o cálculo que se faz de toda a extensão do quadrado”; outro respondeu “a soma de todos os lados”, e outro “a soma dos quatro lados iguais” e indicou 2^2 .

O grupo das professoras dos anos iniciais – Grupo 3 apresentou as seguintes respostas: uma respondeu “todos iguais”, outra “os lados, ou seja, os quatro lados” e uma deixou em branco a resposta.

3.2 Sobre o ensino de Geometria

As duas questões (de nº 12 e de nº 16) da terceira parte do questionário procuravam fazer a conexão entre o conhecimento sobre o perímetro e área e a contextualização desse conteúdo na sala de aula. Mesmo aos estudantes do curso de licenciatura em Pedagogia foi solicitado que respondessem às questões selecionadas.

A *questão 12* perguntava: “O que você responderia ao aluno se ele lhe perguntasse: ‘por que é importante aprender a calcular perímetro e área de figuras?’”. Para essa questão foram apresentadas 15 justificativas, o que corresponde a 60% do total dos entrevistados e 40% deixaram em branco ou declararam que não sabiam.

No Grupo 1, 40% dos estudantes deixaram em branco a resposta, 13,3% responderam que não sabiam e os demais, que correspondem a 46,7% do grupo, deram respostas justificando o estudo do perímetro e área por sua utilidade no dia a dia, como “no cálculo de área da casa, quantidade de azulejos”, “saber quantos metros quadrados tem sua casa”, “para saber quantidade, metragem”, “área de sua casa, terreno”.

No Grupo 2, também constituído de estudantes, porém com alguma experiência de magistério, pois participam do PIBID, somente um, que corresponde a 14,3% do grupo, deixou em branco a resposta; os demais, 85,7%, deram alguma justificativa: “para aprender a medida do quintal de sua casa, da rua, dos objetos, ter uma noção espacial”; “para se localizar no espaço”, “saber as noções espaciais de determinado espaço”, “espaço de determinado área”, “ao estudar esses conceitos saberá ter noções espaciais”, “porque diversas profissões exigem este conhecimento”.

No Grupo 3, formado pelas professoras dos anos iniciais, somente uma deixou de responder, as outras duas deram as seguintes respostas: “para saber o espaço onde ele mora, uma parede, etc.”, “Não saberia responder, talvez para calcular o espaço em que ele, futuramente, gostaria de saber ou construir”.

A *questão 16* pedia ao entrevistado que citasse exemplos de aplicação de conhecimento sobre perímetro e sobre área de figuras. No Grupo 1, todos os entrevistados deixaram em branco ou responderam que não sabiam.

No Grupo 2, 43% dos integrantes do grupo deixaram em branco a resposta e os demais 57% responderam: “Para o aluno ter noção da força quando jogar no campo de futebol”;

“Perímetro de um terreno e área, perímetro da piscina e área, perímetro da calçada e área.”; “Quando um construtor precisa calcular a área a ser construída, assim descobrir a quantidade de materiais a ser utilizado na obra.”; “O cálculo do tamanho de um campo de futebol.”.

No Grupo 3 tivemos duas respostas em branco e uma informando “ilustrações de formas geométricas”.

4 Os resultados de 2014

A segunda etapa da pesquisa foi realizada nas escolas municipais de Vilhena (RO), selecionadas a partir de uma lista fornecida pela Secretaria Municipal de Educação (SEMED) do município. Foram selecionadas nove escolas municipais urbanas que têm turmas de 1º ao 5º ano. Como já observou-se foram aplicados os questionários junto aos docentes do 4º e 5º ano, pois os conceitos de perímetro e área são conteúdos previstos nesses dois anos da escola.

A coleta de dados foi realizada por uma aluna de iniciação científica que desenvolvia o Plano de Trabalho do Programa de Bolsas de Iniciação Científica - PIBIC da Universidade Federal de Rondônia *Os conceitos de área e perímetro de figuras planas: um recorte sobre o trabalho pedagógico desenvolvido pelos docentes dos anos iniciais das escolas municipais de Vilhena-RO.*⁵

Após a seleção, as escolas foram visitadas pela aluna-pesquisadora que, em todas as escolas, procurou ter a mesma rotina de apresentação e aplicação do instrumental. Inicialmente, estava previsto que os questionários fossem aplicados pela aluna-pesquisadora diretamente aos professores em uma sala reservada, porém durante a conversa com algumas supervisoras pedagógicas das escolas, concluiu-se que os professores ficariam mais à vontade se elas e não a aluna-pesquisadora aplicasse o questionário. Com isso, apenas em quatro escolas a aluna-

⁵ Plano de Trabalho Desenvolvido no PIBIC/UNIR 2014/2015, bolsa de Iniciação Científica do CNPq. Este trabalho foi publicado no VII Seminário de Educação: CAMPANA, E.; MÜLLER, M.C. O ensino de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: percepções de professores dos anos iniciais de Vilhena (RO) sobre perímetro e área de figuras planas. In: SEMINÁRIO DE EDUCAÇÃO, VII, 2014, Vilhena (RO). *Anais ...* Vilhena(RO): Universidade Federal de Rondônia - UNIR, 2014. ISSN 1983-5124.

pesquisadora conseguiu aplicar os instrumentais, nas outras cinco coube à supervisão a entrega dos questionários e a responsabilidade de recolhê-los para devolução.

A coleta de dados se iniciou em novembro de 2014 e se encerrou no início de dezembro deste mesmo ano. O quadro abaixo apresenta as escolas visitadas, o número de turmas de 4º e 5º ano, o número de questionários entregues e devolvidos.

Quadro 1. Escolas Visitadas, questionários entregues e devolvidos.

Escola	Turmas de 4º e 5º ano	Nº de Questionários entregues	Nº de Questionários devolvidos
Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental Professora Dalila Donadon.	04	04	01
Escola Municipal de Ensino Fundamental Cristo Rei.	05	05	03
Escola Municipal de Ensino Fundamental Professor Hermógenes Roberto Nogueira.	04	04	02
Escola Municipal de Ensino Fundamental Ângelo Mariano Donadon.	05	05	01
Escola Municipal de Ensino Fundamental Professora Ivete Brustolin.	05	05	00
Escola Municipal de Ensino Fundamental Professora Vilma Vieira.	05	05	00
Escola Municipal de Ensino Fundamental Castelo Branco.	01	01	00
Escola Municipal de Ensino Fundamental Martim Lutero.	03	03	03
Escola Municipal de Ensino Fundamental “Ensina-me a Viver”.	02	02	01
TOTAL	-	34	11

Fonte: Diário de Campo da Aluna-Pesquisadora, (2014).

O quadro demonstra que dos 34 instrumentais entregues, 11 foram devolvidos o que significa 32% do total. Após a coleta de dados, as respostas do grupo de professores participantes foram organizadas em tabelas, gráficos e quadros, conforme o tipo de questão.

O questionário aplicado foi o mesmo de 2013 e o objetivo nesse segundo momento da pesquisa foi detectar semelhanças entre as informações obtidas pelos respondentes de 2013 e os docentes das escolas selecionadas e possíveis propostas de desenvolvimento do conteúdo sobre área e perímetro junto aos estudantes dos professores que participaram da pesquisa.

Os dados obtidos foram organizados de acordo com as três partes do instrumental: caracterização do entrevistado, conhecimento de geometria e conhecimento sobre ensino de geometria.

Nessa seção são apresentadas as respostas obtidas para as mesmas questões discutidas no anterior.

4.1 Caracterização do grupo de professores

A questão 1 procurou determinar o tempo de magistério dos professores e as respostas permitiram que se traçasse o seguinte quadro: quatro professores estão iniciando a carreira, dois encontram-se na metade da vida profissional e os demais não responderam. A segunda questão procurou mapear os anos para os quais o professor lecionou nos últimos três anos. Nessa questão, somente um professor não respondeu os demais apresentaram a seguinte distribuição:

Tabela 1. Distribuição dos professores entrevistados segundo o ano que leciona/lecionou nos últimos três anos, Vilhena, 2014.

<i>Ano do Ensino Fundamental</i>	Nº de professores
2º	1
3º	1
4º	6
5º	2
Total	10

Fonte: Questionário da Pesquisa, (2014).

Tem-se com isto que a maioria dos professores (oito docentes) lecionaram ou estavam lecionando no quarto e quinto ano do Ensino Fundamental. Este dado é importante, pois de acordo com os conteúdos a serem trabalhados com os alunos estão os conceitos de área e perímetro de figuras planas (BRASIL, 1997).

Essa informação possibilita que se infira que os docentes que participaram da pesquisa necessariamente ministraram aulas envolvendo esses conceitos. Com isso, esperava-se que ao responderem perguntas sobre perímetro de um quadrado ou como relacionar os conceitos a

situações cotidianas apresentassem um conhecimento mais elaborado e aprofundado sobre o tema.

4.1 Sobre o conhecimento de Geometria

Da mesma forma que em 2013, destacou-se a *questão 5* que pedia que citassem três propriedades de Geometria que fazem parte dos programas dos Anos iniciais. Cinco dos professores preferiram não responder. As respostas dos outros professores estão dispostas no quadro abaixo. Os professores participantes da pesquisa foram identificados pela letra "p" maiúscula seguida de um algarismo.

Quadro 2. Três propriedades geométricas citadas pelos professores

Questão 5: Cite três propriedades geométricas importantes que fazem parte dos programas dos anos iniciais:	
Professor	Resposta
P1	De natureza topológica, como dentro, fora e lado.
P2	O ponto, a reta, o plano.
P3	–
P4	–
P5	Formas, direções, dimensões. Acho e acredito que nos anos iniciais as crianças devem ir muito além de apenas visualizar ou conhecer o nome das formas ou figuras.
P6	–
P7	Reconhecimento de figuras, representação espacial, conceitos de dimensão.
P8	Multiplicação (LxL). Soma dos lados de uma figura. Dimensão.
P9	–
P10	–
P11	Espaço, dimensão, quantidade (proporção).

Fonte: Questionário da Pesquisa, (2014).

Observa-se que apenas 54,5% dos professores responderam à questão, e cinco deixaram em branco, o permite inferir que praticamente metade não sabe nem ao menos citar algum conteúdo relacionado à geometria. Os que responderam também demonstram um desconhecimento do que seria uma propriedade geométrica, citam nome de figuras geométricas, conceitos topológicos, entre outras. O docente P5 demonstra preocupação sobre o que se deve ensinar em geometria, mas também sua resposta não demonstra conhecimento efetivo do que seja propriedade geométrica.

A *questão 7* solicitava que fosse definido o perímetro de um quadrado. Procurou-se com essa pergunta verificar se o professor conhecia esta propriedade que deve ser trabalhada com as crianças nos Anos iniciais. Abaixo o quadro de respostas:

Quadro 3. Significado de perímetro de quadrado

Questão 7: Defina perímetro de quadrado.	
Professor	Resposta
P1	Perímetro é a soma dos lados de uma figura, ou seja, o comprimento de um contorno, e o quadrado possui quatro lados.
P2	Perímetro é a soma da medida dos seus lados. Quadrado é o comprimento versus altura.
P3	–
P4	A medida dos quatro lados de um polígono.
P5	É a medida de comprimento de um contorno ou simplesmente a soma das medidas dos lados.
P6	–
P7	A soma das medidas dos lados.
P8	Perímetro é a soma dos lados, o comprimento da linha que é o contorno de uma figura geométrica plana.
P9	O perímetro de quadrado de um determinado lugar é a soma das medidas de seus lados.
P10	–
P11	É a soma dos lados.

Fonte: Questionário da Pesquisa, (2014).

O professor P1 demonstra conhecer a ideia de perímetro como sendo soma de valores, no entanto, ao se referir à “soma dos lados”, confunde o lado que é um segmento de reta com seu comprimento. A seguir na resposta dá uma definição parcial do que é um quadrado ao dizer que “quadrado possui quatro lados”. P11 também recai na mesma confusão com relação a número (mediada do lado) e lado (segmento de reta) o docente P2 já define perímetro como a soma da medida dos lados, o que indica que ele deve entender que perímetro é um valor numérico e assim deve ser resultado de uma soma de valores numéricos. No entanto, ao se referir ao quadrado dá a definição da área de um quadrilátero. P4 define perímetro como “a medida dos quatro lados de um polígono”, indicando, não conhecer o que significa perímetro, além disso, utiliza o termo polígono como o nome de figuras de quatro lados. Sabe-se que o quadrado é um polígono, porém nem todo polígono é quadrado. Não obstante, em nenhum momento demonstra conhecer as propriedades de um quadrado.

Os professores P5, P6, P8 e P9 apresentam uma definição adequada para perímetro. Apenas P9 trata do quadrado especificamente, porém relaciona a figura geométrica com uma área quadrada, pode-se inferir que pensou em um terreno quadrado. Os demais não associam quadrado a sua definição de perímetro.

4.3 Sobre o Ensino de Geometria

Para verificar os indícios de conhecimento dos docentes pesquisados sobre o ensino de geometria, destacou-se também as questões de nº 12 e de nº 16 da terceira parte do questionário. Como já dito, essas questões procuravam fazer a conexão entre o conhecimento sobre o perímetro e área e a contextualização desse conteúdo na sala de aula.

A questão 12, procurou determinar se os professores sabem por que é importante se calcular área e perímetro de figuras planas. O quadro 9 a seguir apresenta as respostas.

Quadro 4. “Por quê é importante aprender a calcular perímetro e área de figuras?”

Questão 12: O que você responderia ao aluno se ele lhe perguntasse: “por quê é importante aprender a calcular perímetro e área de figuras?”.	
Professor	Resposta
P1	Porque são de valores diferentes, enquanto em um calculamos o comprimento e o outro a superfície.
P2	Para ter uma ideia de tamanho, quantidade, aproveitamento de espaço e a diferenciar perímetro de área.
P3	É importante na nossa vida, pois devemos conhecer um pouco, para quando, por exemplo, for empreitar uma construção, souber o que quer que o engenheiro desenhe.
P4	–
P5	Acho que o que ouvi de muitos professores quando eu estudava, “Matemática não é apenas números ou continhas, é também compreender e entender o mundo a sua volta, as formas, áreas e comprimentos, pois utilizamos esses conceitos no nosso dia-a-dia”.
P6	Em todos os lugares que estamos podemos calcular perímetro, exemplo: tamanho da sala de aula, nossa casa, etc.
P7	Porque são atividades que são utilizadas em nosso cotidiano, no entanto é importante saber calcular perímetro área de figuras.
P8	Para ter noção e conseguir calcular o tamanho de uma casa, um lote, um campo de futebol, uma sala de aula, etc.
P9	–
P10	–
P11	Porque é à base dos cálculos proporcionais.

Fonte: Questionário da Pesquisa, (2014).

Os professores P3, P6, P7 e P8 relacionam a resposta a questões práticas relacionadas a situações de construção de casas. P1 responde diferenciando os dois conceitos a partir do que é calculado, mas não apresenta uma razão de porquê deve ser ensinado. P4, P9 e P10 não respondem. Os demais apresentam uma tentativa de justificativa baseada na própria matemática. No entanto, pode-se afirmar que os professores não têm claro o porquê esses conceitos são importantes de serem trabalhados com as crianças nos anos iniciais. Apesar de na questão anterior responder que geometria e aritmética se complementam P9, nem sequer dá um motivo de porque ensinar área e perímetro por conta desses conceitos integrarem conhecimentos geométricos e numéricos.

O quadro a seguir apresenta as respostas dos professores sobre exemplos de aplicação do cálculo de área e perímetro.

Quadro 5. Exemplos de aplicação de área e perímetro

Questão 16: Cite exemplos de aplicações de conhecimento sobre perímetro e sobre área de figuras.	
Professor	Resposta
P1	Quadra de futebol de salão, onde o perímetro vai ser o contorno e a área toda a superfície. Uma escada, a sala de aula e o quadro da sala.
P2	–
P3	–
P4	–
P5	Conceituando, mostrando a aplicação no dia-a-dia, situações problemas, através de jogos. Recortando e montando as figuras, comparando e diferenciando, atividades em grupo, etc.
P6	Geralmente começo pedindo para eles medirem o quarto onde eles dormem fazendo atividade sobre o conteúdo.
P7	–
P8	Estudo de um estádio, pista de caminhada circular.
P9	–
P10	–
P11	Foi solicitado aos alunos que calculassem a área de duas figuras e os mesmos não conseguiram calcular sem antes exemplificar variadas vezes.

Fonte: Questionário da Pesquisa, (2014).

Seis professores não dão nenhuma resposta, o que demonstra a dificuldade que o docente tem para relacionar os conteúdos escolares com situações do dia a dia das crianças, mesmo em se tratando de matemática básica. P1 e P8 procuram exemplos em quadras de jogos. P6 relaciona

com a vida do aluno em casa. P5 fala de aplicações no dia a dia, porém não explicita. P11 apresenta dificuldades a partir do cálculo da área de duas figuras, sem relacioná-las a nenhuma situação concreta.

5 Olhando um pouco mais os dados...para finalizar

Os dados apresentados tanto pelos três grupos que responderam ao instrumental em 2013 quanto pelo grupo de professores em 2014 indicam um quadro bastante crítico sobre os conhecimentos geométricos dos professores e futuros professores dos anos iniciais.

Com relação ao *conhecimento geométrico*, as respostas às questões selecionadas que tratam de propriedades geométricas e da definição de perímetro de um quadrado, revelam que a totalidade dos participantes desconhece o significado da expressão “propriedades geométricas”, até mesmo as restritas a assuntos dos anos iniciais; em especial, as professoras que já estão atuando, não deram nenhuma resposta, nem fizeram alguma observação sobre qualquer propriedade geométrica, indicando, assim, total desconhecimento sobre o assunto.

Sobre a definição de perímetro de um quadrado, novamente o índice de 44% dos entrevistados, apresentado em 2013, que não responderam ou declararam que não sabiam é bastante significativo, assim como em 2014, as respostas destacadas demonstraram um conhecimento superficial e frágil do conceito de perímetro. Várias respostas ignoram a palavra perímetro e mencionam apenas uma propriedade do quadrado, qual seja, a de possuir quatro lados iguais, o que denota o desconhecimento da existência de outra figura que também tem essa propriedade – o losango.

Nas perguntas relativas ao conhecimento dos conceitos de área e perímetro, grande parte do grupo confundiu-se ao diferenciá-los. Pode-se afirmar que há uma lacuna no desenvolvimento desse conteúdo de Geometria, o que de certa forma coincide com o referencial teórico destacado, especialmente com relação à precariedade de formação dos professores para o ensino de matemática e as angústias desses que não podem ensinar aquilo que não sabem, pois nem na sua formação básica, nem na formação de professores teve oportunidade de trabalhar esses conceitos. Em síntese, os dados mostram que é insignificante o conhecimento geométrico apresentado pelos

participantes da pesquisa, tanto em 2013 quanto em 2014, no que se refere ao significado de perímetro, área e propriedades geométricas.

Com referência ao *ensino de Geometria*, os dados coletados, tanto em 2013 quanto em 2014, indicam que, quando há uma relação entre o conhecimento geométrico e situações da realidade, há um maior envolvimento dos entrevistados com a resposta, pois 60% deles apresentaram alguma justificativa para o ensino de área e de perímetro, embora nem todas tenham sido adequadas. Em síntese, as respostas indicam ser mais fácil justificar a presença do estudo de perímetro e de área no currículo escolar do que citar exemplos de aplicação deste conhecimento.

A este respeito convém ressaltar que a relação entre o que se pode chamar de Geometria que estuda o espaço real e a Geometria que cria um espaço matematizado (BROITMANN; ITZCOVICH, 2006) é provavelmente um dos aspectos principais da Geometria a ser trabalhada nos anos iniciais e, por isto, é um ponto crucial a ser discutido com o professor e futuro professor que irá trabalhar na etapa de escolarização. De acordo com os autores citados, é a partir da observação do espaço que a rodeia que a criança inicia a construção de seus conhecimentos espaciais, que não necessariamente se tornarão conhecimentos geométricos da matemática. Este conhecimento geométrico é empírico, mas será básico para a construção da Geometria matemática; para tanto, far-se-á necessária a presença de uma intencionalidade didática no processo escolar.

Lembrando que os participantes desta pesquisa já possuíam alguma experiência geométrica que a vida cotidianamente impinge a todos e, também, considerando que os ensinamentos escolares por eles recebidos devem ter sido, em parte, sobre objetos espaciais, era de se esperar que os participantes da pesquisa conseguissem relacionar seus conceitos de área e de perímetro com situações práticas do dia a dia, tais como, estabelecimento de área de terreno ou de casa, compra de material de construção, etc. No entanto, isto não aconteceu com mais de 80% das pessoas, o que aponta uma descontextualização do ensino de Geometria desde os anos iniciais.

Os dados coletados também indicam uma predominância na preferência em ensinar Aritmética à Geometria, alguns docentes consideram que os alunos só irão aprender Geometria no ensino médio, esquecendo-se que no cotidiano encontramos diversas situações que nos remetem ao conhecimento da Geometria.

O mundo no qual vivemos é repleto de possibilidades para ensinar e aprender área e perímetro de forma significativa. É preciso explorar o que os alunos já sabem na sua experiência cotidiana transformando essa informação em conhecimento, no entanto os docentes por lacunas na sua formação não conseguem se valer desse recurso para tornar suas aulas interessantes e significativas para seus alunos.

De uma forma geral ao se analisar as respostas dos professores, se pode observar que há algum conhecimento geométrico, seja devido à formação superior, ou à formação advinda da escola básica. No entanto, não demonstram conhecimento específico sobre área e perímetro.

Todos os professores participantes da pesquisa em 2014 expuseram dificuldades para desenvolver atividades no ensino de Geometria. É necessário que os cursos de formação de professores trabalhem com estes conteúdos de forma a habilitar o futuro docente a planejar atividades significativas para seus alunos partindo da realidade e construindo os conceitos geométricos.

Uma das ações desenvolvidas em 2015 a partir dos dados obtidos pela pesquisa foi o oferecimento do Curso de Extensão *Geometria nos Anos iniciais: aprenderensinar os conceitos de área e perímetro de figuras planas*. Todas as escolas que participaram da pesquisa foram convidadas para o curso, no entanto nenhum docente se interessou, apenas os estudantes do curso de Pedagogia frequentaram os encontros.

A partir da análise dos dados obtidos tanto em 2013 quanto em 2014, pode-se concluir que o ensino de Geometria está aquém do que seria adequado para que as crianças possam construir sentido e significado dos conceitos geométricos. Em especial, com relação ao desenvolvimento das atividades pedagógicas relativas ao estudo dos conceitos de área e perímetro, observa-se que os entrevistados demonstram um conhecimento superficial sobre os mesmos e os tratam como uma aplicação de fórmula sem sentido e significado.

É importante observar que não era intenção da pesquisa colher dados para posteriormente culpar os docentes e futuros docentes por não desenvolverem adequadamente os conceitos de área e perímetro nas suas aulas de matemática. O intuito em procurar a percepção dos participantes sobre esses conceitos foi alertar para a necessidade de se rever o ensino de geometria na escola básica, mas especialmente, os cursos de formação do docentes dos anos

iniciais. É impossível se ensinar aquilo que não se aprendeu em nenhum momento da vida escolar, seja enquanto aluno ou durante a formação para a docência.

Assim, corrobora-se a importância da formação de grupos de estudo que integrem docentes em exercício, futuros docentes e docentes universitários para discutir, ampliar o conhecimento sobre a Geometria e elaborar atividades pedagógicas com sentido e significado que tratem dos conceitos e propriedades geométricas que precisam ser trabalhadas nos anos iniciais.

Esta pesquisa revelou informações significativas, tanto em quantidade como em qualidade com relação à dificuldade do professor e do futuro professor em ensinar o que não aprendeu na sua vida escolar e também no seu curso de formação superior. Por isso, elas merecem uma análise mais extensiva e minuciosa, a qual provavelmente indicará onde e como ocorreram falhas na formação dos participantes, bem como apontará novos direcionamentos ao ensino de alguns conceitos geométricos nos cursos de formação universitária e também nos cursos de formação continuada, principalmente para os professores que lecionam nos iniciais.

Geometry in the basic school: perception of teachers and future teachers about the concepts of area and perimeter

Abstract. These are some results of qualitative and exploratory research - *The teaching of Geometry in the initial years of elementary school: perception of Vilhena teachers (Rondônia / Brazil) about perimeter and area of flat figures*, developed in the years of 2013 to 2015. The aim was to investigate the perception of teachers and future teachers regarding the concepts of perimeter and area of flat figures. An instrument was applied with seventeen questions. The analysis of the data revealed the difficulties of understanding the concepts of area and perimeter, also pointed out by authors of the area of Mathematics Education in other studies. The research aimed to propose significant approaches to the teaching of area and perimeter, as well as other concepts related to Geometry in the initial years.

Keywords. Teaching of Geometry. Early Years. Mathematics Education.

Geometría en los primeros años: percepciones de los maestros y futuros maestros sobre los conceptos de área y perímetro

Resumen. Estos son algunos resultados de la investigación cualitativa y exploratoria - *La enseñanza de la geometría en los primeros años de la escuela primaria: la percepción maestros Vilhena (Rondônia / Brasil) sobre el perímetro y área de figuras planas*, desarrollado en los años 2013 a 2015. La objetivo fue investigar la percepción de los profesores y futuros profesores en relación con el concepto de perímetro y el concepto de área de figuras planas. Los instrumentales aplicadas diecisiete cuestiones. Análisis de los datos reveló las dificultades de comprensión del

concepto de área y el concepto de perímetro, también mencionado por autores del área de la educación matemática en otros estudios. La investigación destinada a proponer enfoques significativos en el área y el perímetro de la educación, y otros conceptos relacionados con la geometría en los primeros años.

Palabras clave. Enseñanza de la Geometría. Primeros años. Formación de profesores. La educación matemática.

Referências

BIANI, R.P. Considerações sobre a Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental. *Ciências em Foco*, 1 (4), 2011.

BRITO, A. F. de; BELLEMAIN, P. M. B. . Influência do uso de materiais manipulativos na construção da grandeza comprimento. *Encontro Nacional de Educação Matemática*, 8, Recife. *Anais...* Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004, p. 1-20.

BROITMAN C.; ITZCOVICH, H. Geometria nas séries iniciais do ensino fundamental: problemas de seu ensino, problemas para o seu ensino. In: PANIZZA, Mabel. *Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais: análise e propostas*. Porto Alegre: Artmed, 2006, p.169-188.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.J. Un processus d'Apprentissage du Concept d'Aire De Surface Plane. *Educational Studies in Mathematics*. v.20, 1989, p.387-424.

LORENZATO, S. *Educação Infantil e percepção matemática*. Campinas: Autores Associados, 2006.

LUNA, A. V. de A. O processo de ensino e aprendizagem da geometria: uma experiência como o estudo de área e perímetro. In: Guimarães, G.; Borba, R. (Org.). *Reflexões sobre o ensino de Matemática nos anos iniciais de escolarização*. 1ed. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, v. 1, 2009, p. 73-85.

MAURO, S. Saberes docentes na formação continuada de professores das séries iniciais do ensino fundamental: um estudo com grandezas e medidas. In: Nascimento, A. D, and Hetkowski, T. M. (orgs). *Memória e formação de professores* [online]. Salvador: EDUFBA. eISBN:9788523209186, 2007, p. 273-90.

MÜLLER, M. C. Formação Continuada de docentes dos anos iniciais: a proposta do GETEMAT. In: *Anais XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*. 2011, Recife. Acesso em Outubro 10, 2011.
http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/374.

MÜLLER, M. C.; CARVALHO, D. L. Grupos Colaborativos – Comunidades de Aprendizagem: espaço de formação permanente do docente. *Anais do XI Encontro Paulista de Educação Matemática: XI EP EM*. São José do Rio Preto: SBEM/SBEM-SP, 2012, pp.1-12.

MÜLLER, M. C.; LORENZATO, S. . Geometria nos anos iniciais: sobre os conceitos de área e perímetro. In: Patrick (Rick) Scott y Ángel Ruíz.. (Org.). *Educación Matemática en las Américas: 2015. Volumen 9: Geometría..* 1ed.: , 2015, v. 9, p. 100-108.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. *A Geometria nas séries iniciais*. São Carlos (SP): Edufscar, 2003.

NACARATO, A. M.; GOMES, A.A.; GRANDO, R. C. (2008). Grupo colaborativo em Geometria: uma trajetória... uma produção coletiva. In: NACARATO, A. M.; GOMES, A. A.; GRANDO, R. C. (org.) *Experiências com Geometria na escola básica: narrativas de professores em (trans)formação*. São Carlos: Pedro & João Editores, 2008.

PAVANELLO, R. M. A Geometria nas séries iniciais do ensino fundamental: Contribuições da pesquisa para o trabalho escolar. In: PAVANELLO, R. M. *Matemática nas series iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula*. São Paulo, 2004. Coleção SBEM. Vol. 2, Cap. 6, p. 129-143.

POLYA, G. *Induction and analogy in mathematics: Mathematics and plausible reasoning*. Vol 1. New Jersey: Princeton University Press, 1954.

Recebido em outubro de 2016

Aprovado em dezembro de 2016.