

## **Como chegamos às Noções de Conservação de Substância, Peso e Volume: Uma Análise a partir do Modelo do Sistema de Esquemas de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos.**

Ricardo Pereira TASSINARI<sup>1</sup>

### **Resumo**

O objetivo deste artigo é analisar como chegamos às noções de conservação de substância, peso e volume (a partir das estruturas necessárias e suficientes a elas e a suas gêneses) por meio do Modelo do Sistema de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos, ou mais brevemente, MoSEAOSS, que foi elaborado por Tassinari (2014), no contexto dos estudos atuais em Epistemologia Genética, a partir de resultados (teóricos e experimentais) principais a que chegaram Jean Piaget e seus colaboradores, e que os articula em uma visão sistêmica, sistemática e sintética.

**Palavras-Chave:** Epistemologia Genética, MoSEAOSS, Sistema de esquemas de transfigurações, Conservação, Digrafo, Piaget

### **How we arrived at the notions of conservation of substance, weight and volume: an analysis based on the Model of the System of Schemes of Actions and Operations on Symbols and Signs**

### **Abstract**

The objective of this paper is to analyze how we arrived at the notions of conservation of substance, weight and volume (from the analyses of its necessary and sufficient structures and its genesis), from the Model of the System of Schemes of Actions and Operations on Symbols and Signs, or shortly MoSSAOSS, introduced by Tassinari (2014), that articulates a systemic, systematic, and synthetic view of some of the principal theoretic and experimental results obtained by Piaget and his coworkers.

**Keywords:** Piagetian Theory, Psychopedagogy, Diagnosis, Intervention.

---

<sup>1</sup> Livre-Docente em Lógica, Teoria do Conhecimento e Filosofia da Ciência. Departamento de Filosofia, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Marília. E-mail: ricardotassinari@gmail.com Orcid: orcid.org/0000-0003-1026-730X. Este artigo expõe parte das reflexões realizadas no desenvolvimento das pesquisas, nos Arquivos Jean Piaget e na Universidade de Genebra, do Projeto de Pesquisa A Constituição das Estruturas Lógico-Matemáticas Necessárias ao Conhecimento: Sobre uma Estrutura Fundamental para a Lógica Operatória Concreta, com auxílio Bolsa Pesquisa no Exterior FAPESP 2010/08942-7 da Fundação de Apoio a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP). Agradeço vivamente à FAPESP o apoio concedido e também, especialmente, à Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Sílvia Parrat-Dayana, pelo acolhimento nessas instituições e pelos debates, críticas e sugestões em relação ao conteúdo do presente artigo, bem como ao Prof. Henri Wermus (in memoriam) pelos debates, críticas e sugestões.



## Introdução

No contexto dos estudos atuais em Epistemologia Genética, Tassinari (2014) propôs um modelo, denominado *Modelo do Sistema de Esquemas de Ação e Operações sobre Símbolos e Signos*, ou mais brevemente, *MoSEAOSS*, que foi elaborado a partir de resultados (teóricos e experimentais) principais a que chegaram Jean Piaget e seus colaboradores e que os articula em uma visão sistêmica, sistemática e sintética. No contexto da publicação do MoSEAOSS, propôs-se um programa de pesquisa que consiste em reinterpretar, com base no MoSEAOSS, as formas das estruturas necessárias ao conhecimento científico e as suas gêneses; na execução desse programa, o MoSEAOSS se mostrou útil também na análise das estruturas necessárias ao conhecimento filosófico e ao conhecimento em geral (TASSINARI, 2016 e 2018). Em especial, com a ajuda de colaboradores, o MoSEAOSS pôde ser aplicado para mostrar como se desenvolvem algumas das noções e conceitos essenciais ao nosso conhecimento dos objetos e do mundo em que vivemos, como as lógicas de classes e relações (TASSINARI, 2011), o conhecimento matemático abstrato (FERRAZ; TASSINARI, 2015 e 2016, e FERRAZ, 2014), a gênese da capacidade de predicação universal e da função proposicional (FERREIRA; TASSINARI, 2013, e FERREIRA, 2011), a noção de espaço (TASSINARI, 2014, p. 16, e MARÇAL; TASSINARI, 2013 e 2014), de tempo (LATANSIO, 2010, p. 86-94, e TASSINARI, 2014, p. 28-33), inclusive a noção de tempo da Teoria da Relatividade Restrita (PENTEADO; TASSINARI, 2016), nos processos de resignificação em Terapia Cognitiva (DANTAS; TASSINARI, 2016, e DANTAS, 2016), bem como possibilitou explicar os estágios do animismo e do artificialismo e suas relações (em termos de estruturas necessárias ao conhecimento) com o último período do desenvolvimento, o Período Formal ou Hipotético-Dedutivo (FREITAS, 2020).

Com vista a tais resultados, é natural se perguntar como chegamos às noções de conservação de substância, peso e volume de acordo com o MoSEA-



OSS, ou seja, qual seria a estrutura (necessária e suficiente) que o sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos teria para se constituir as noções de conservação de substância, peso e volume. É o que será discutido aqui, em linhas gerais.

Cabe lembrar que o MoSEAOSS surgiu a partir de dez anos de ensino da Epistemologia Genética, bem como, anteriormente, a partir da proposta de solução do problema da formalização das estruturas de Agrupamento (*cf. eg.* PIAGET, 1976, p. xvi e p. 90, e GRANGER, 2013, p. 247-249) – estruturas introduzidas por Jean Piaget em 1941 para caracterizar as operações realizáveis pelo sujeito epistêmico, o sujeito do conhecimento, no Período Operatório Concreto. Nesse contexto, Tassinari (1998 e 2011) propôs uma nova caracterização das estruturas operatórias do Período Operatório Concreto, segundo uma nova abordagem do problema de formalização em Epistemologia Genética, explicitada por Tassinari (2013). Tal proposta consiste em, ao invés de se procurar diretamente uma axiomatização dessas estruturas a partir dos resultados experimentais obtido por Piaget e seus colaboradores (em especial, PIAGET e INHELDER, 1975, e PIAGET e SZEMINSKA, 1975) como fora feito (*cf. eg.*, PIAGET e INHELDER, 1975, e PIAGET e SZEMINSKA, 1975, cujos originais franceses foram publicados em 1941, PIAGET, 1942 e 1972, GRIZE, 1959, 1963 e 1967, GRANGER, 1965, e WITZ, 1969), recolocar o problema da explicitação e formalização dessas estruturas a partir da noção de sistema de esquemas de operações sobre símbolos, ou mais precisamente, sistema de esquema de operações sobre imagens mentais, denominadas *transfigurações*, que pode ser posto diretamente em correlação com estruturas lógico-matemáticas de digrafos. Cabe notar que aqui, neste trabalho, o termo *estrutura* se refere, quase sempre, a estruturas epistêmico-psicológicas do sujeito epistêmico, necessárias ao conhecimento, exceto no caso em que o termo *estrutura* é usado para se referir às estruturas lógico-matemáticas abstratas; nesse último caso, o termo *estrutura* será sempre acompanhado do adjetivo *lógico-matemática* para

marcar tal distinção. Mais exatamente, a única estrutura lógico-matemática discutida aqui é a estrutura de digrafo. Cabe notar também que, neste trabalho, a relação entre os dois tipos de estrutura é que a estrutura lógico-matemática abstrata de digrafo pode vir a ser a forma das estruturas epistêmico-psicológicas, como se verá.

No escopo de tais discussões, sem retomá-las aqui, mas dando continuidade aos seus desdobramentos, faz-se uma análise das estruturas necessárias e suficientes às noções de conservação de substância, peso e volume, segundo a noção de sistema de esquemas de transfigurações, proposta por Tassinari (1998, 2011), como parte do MoSEAOSS, introduzido por Tassinari (2014). Nesse sentido, a próxima seção resume algumas definições e resultados relativos a proposta de Tassinari (1998, 2012, 2013 e 2014) com vista a, nas seções posteriores, analisar o surgimento das noções de conservação de substância, peso e volume.

### **Sistemas de Esquemas de Transfigurações e Digrafos-RPT**

Nestas seção, introduz-se de forma resumida definições e resultados de Tassinari (1998, 2012, 2013 e 2014) relativos ao MoSEAOSS e, em especial, à noção de sistema de esquemas de transfigurações e a sua relação com as estruturas lógico-matemáticas de digrafos para, posteriormente, discutir sua aplicação na questão de como chegamos às (condições necessárias e suficientes das) noções de conservação de substância, peso e volume.

Um *sistema de esquemas de transfigurações* se constitui em um sistema de esquemas de ações interiores sobre imagens mentais, ou, de forma mais geral, de operações sobre símbolos.

Segundo Piaget (1974, p. 185):



Um *símbolo* é uma imagem evocada mentalmente ou um objeto materialmente escolhido intencionalmente para designar uma classe de ações ou objetos.

E, segundo Piaget (em APOSTEL *et alli*, 1957, p. 45): “Nós denominaremos *operações* às ações interiorizadas ou interiorizáveis, reversíveis e coordenadas em estruturas totais.”

O termo *transfiguração* designa, pois, uma ação interiorizada sobre as imagens mentais (*trans* = movimento para além de; *figura* = imagem).

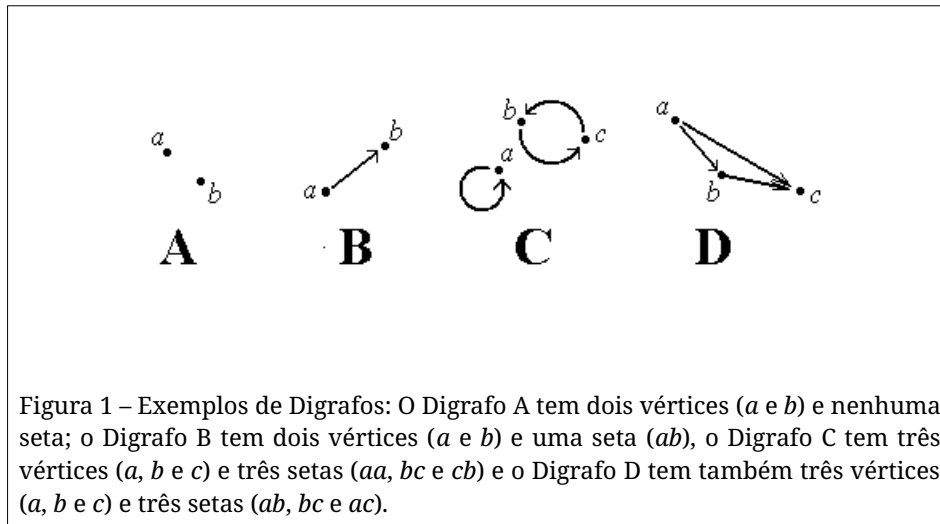
Assume-se aqui, com Tassinari (1998, 2012, 2013 e 2014), que, da mesma forma que se pode definir o esquema de uma ação, pode-se definir o esquema de uma transfiguração. Piaget define o *esquema de uma ação* como “o conjunto das qualidades gerais destas ações, quer dizer, daquilo que permite repetir a mesma ação ou de aplicá-la a novos conteúdos” (BETH e PIAGET, 1961, p. 251). Em sentido análogo, pode-se definir o *esquema de uma transfiguração* como o conjunto das qualidades gerais de uma transfiguração, ou seja, daquilo que permite repetir a mesma transfiguração ou de aplicá-la a novos conteúdos.

Anteriormente a publicação do MoSEAOSS por Tassinari (2013), Tassinari (1998) mostra como a possibilidade de estruturação lógico-matemática do real pela criança, no Período Operatório Concreto, surge devido a existência dos sistemas de esquemas de transfigurações; e Tassinari (2011) mostra como esses acabam por adquirir a forma de uma estrutura lógico-matemática de digrafo-RPT, segundo as definições e proposição a seguir, em que cada imagem mental corresponde a um vértice e cada esquema de transfiguração à uma seta.

Um *digrafo* é uma estrutura lógica-matemática constituída por um conjunto de pontos (chamados, por definição, de *pontos* ou *vértices*) e um conjunto de pares ordenados de vértices (representado em geral por linhas orientadas que li-

gam os vértices chamadas, por definição, de *arestas direcionadas* ou, também, de *setas*).

Na Figura 1 a seguir, têm-se algumas representações de digrafos.



Um digrafo<sup>2</sup>  $D$  é um *digrafo-RPT* se tem as seguintes propriedades:

R (Reversibilidade) – para cada seta  $xy$  em  $D$ , existe uma seta  $yx$  em  $D$ ;

P (Pontos não isolados) – para todo vértice  $x$  em  $D$ , existe uma seta  $xy$  em  $D$  ou existe uma seta  $yx$  em  $D$ ; e

T (Transitividade) – se existe uma seta  $xy$  em  $D$  e existe uma seta  $yz$  em  $D$ , então existe uma seta  $xz$  em  $D$ .

Pode-se mostrar então que um digrafo  $D$  é um digrafo-RPT se, e somente se, satisfaz as duas propriedades a seguir.

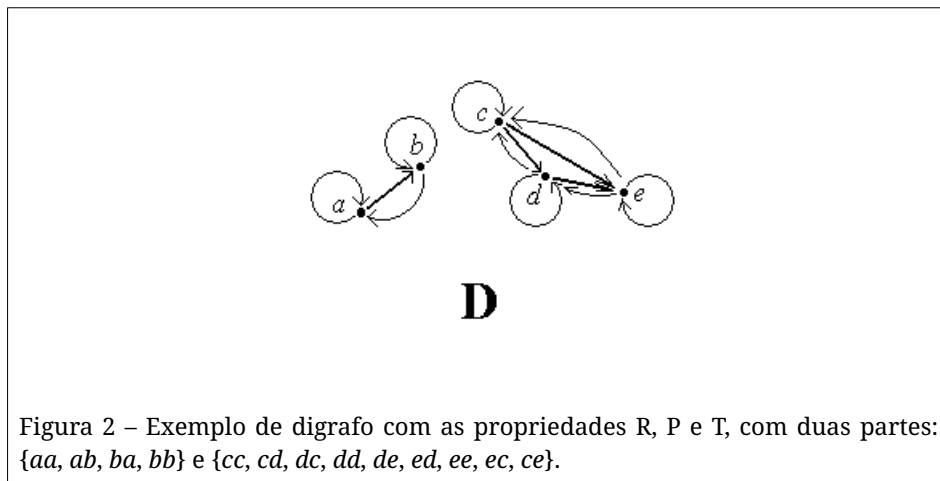
(1) Para todo vértice  $x$  de  $D$ , existe em  $D$  a seta  $xx$ .

(2) Dados dois vértices  $x$  e  $y$  de  $D$ : ou existem em  $D$  as setas  $xy$  e  $yx$ , ou não existe em  $D$  nem a seta  $xy$  nem a seta  $yx$  (e os vértices  $x$  e  $y$  não pertencem a mesma parte de  $D$ )<sup>3</sup>.

<sup>2</sup> Note-se que aqui se trata de um digrafo qualquer, denominado de  $D$  para facilitar a forma de exposição da definição de digrafo-RPT; não confundir com o digrafo  $D$  anterior da Figura 1.

<sup>3</sup> Ou seja,  $D$  é a união disjunta de digrafos  $D_i$  (sendo  $D_i$  as partes de  $D$ ) tal que, para todos os vértices  $x$  e  $y$  em  $D_i$ , existem em  $D_i$  as setas  $xy$  e  $yx$ . Note-se que as propriedades (1) e (2) estão associadas a uma *relação de equiva-*

Na Figura 2 a seguir, tem-se um exemplo de uma representação gráfica de um digrafo-RPT  $D$ . Note-se que o digrafo  $D$  tem duas partes e que valem as propriedades (1) e (2) mencionadas.



Introduzidos o sistema de esquemas de transfigurações e uma de suas formas, o digrafo-RPT, será tratada, nas seções seguintes, a sua relação com as noções de conservação.

### **O Sistema de Esquemas de Transfigurações e a Conservação da Substância.**

Nesta seção, analisa-se, a partir do MoSEAOSS, em especial, a partir das definições introduzidas na seção anterior de sistema de esquemas de transfigurações e de digrafos, as estruturas necessárias à noção de conservação da substância.

Note-se que, como salienta Tassinari (2013), para representar e analisar a estrutura (não externamente e diretamente observável) de um sistema de transfigurações do sujeito epistêmico, pode-se usar o método de desenhar um digrafo com vértices que são desenhos que representam imagens mentais. Com efeito, tal digrafo representa graficamente um sistema de operações sobre ima-

---

*lência e, conseqüentemente, a uma partição no conjunto de vértices, estabelecidas pelas propriedades dos digrafos-RPT.*

gens mentais, na medida em que os vértices são desenhos que representam imagens mentais e as setas representam as operações interiorizadas sobre tais imagens mentais. Aplica-se a seguir tal método.

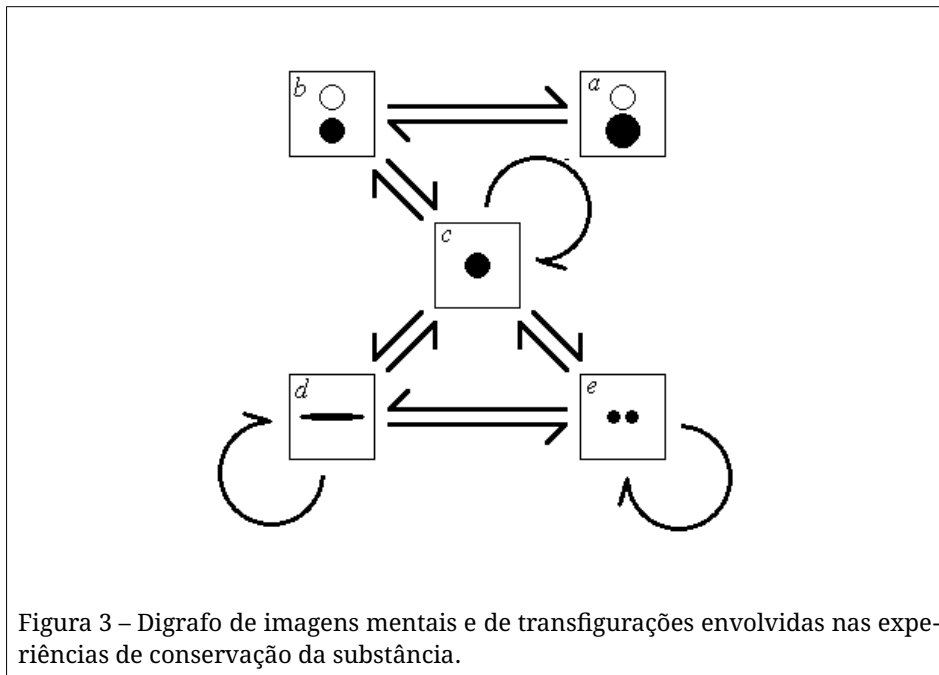
Para tratar da questão proposta de análise das estruturas necessárias à noção de conservação da substância, considera-se aqui o experimento relativo à conservação da substância de uma massa de modelar, em que o sujeito pode lhe dar três formas: a de bola, a de salsicha ou dividi-la em duas bolas menores.

Note-se então que se está assumindo que cada estado da massa de modelar é representado pelo sujeito epistêmico por uma imagem mental e que cada transformação da massa de modelar é representada, dinamicamente, pelo sujeito, por uma transfiguração.

Para melhor entender essa representação dinâmica feita por meio de uma transfiguração, pode-se fazer analogia com um filme, ou melhor, com um videogame, em que se passa de um quadro-imagem a um quadro-imagem, como em um filme. Da mesma forma que um tal videogame é composto por passagens de um quadro-imagem a um quadro-imagem, as transfigurações são passagens de uma imagem mental a uma imagem mental, com as seguintes propriedades: (1) as passagens são ativas, ou seja, são ações (internas) do sujeito que parte de uma imagem mental e chega a uma imagem mental; e (2) cada passagem se dá apenas entre a imagem mental inicial e a imagem mental final da ação (interna).

A partir dessas considerações, na Figura 3 a seguir, representam-se as imagens mentais por desenhos e transfigurações por setas, conforme o método citado. Para simplificar, as cores das duas massas serão consideradas branca e preta.





As imagens mentais são relativas a cinco estados possíveis, que representam:

- (a) duas massas em forma de bola, na qual uma (preta) é maior que a outra;
- (b) duas massas em forma de bola, na qual as duas têm mesma quantidade de massa segundo o sujeito;
- (c) uma massa (preta) em forma de bola;
- (d) uma massa (preta) em forma de salsicha; e
- (e) duas massas (pretas) em forma de bola.

Tem-se, pois, as seguintes representações das transfigurações na Figura 3.

*ab* – representação da subtração de massa preta (que o próprio sujeito realiza até que dele próprio considere que existe igualdade de quantidade entre as massas branca e preta, a primeira permanece como padrão para as comparações).

*ba* – representação do retorno à situação anterior, acrescentando massa preta.

*bc* – passagem da atenção do sujeito a apenas a massa (preta) a ser deformada.

*cb* – representação do retorno à situação *b* anterior (em que existe comparação visual entre as duas massas, branca e preta, na forma de bola).

As demais representam uma transformação da forma da massa preta:

*cd* – de bola à salsicha;

*dc* – de salsicha à bola;

*ce* – de uma bola à duas bolas menores;

*ec* – de duas bolas menores à uma bola maior;

*de* – de salsicha à duas bolas menores;

*ed* – de duas bolas menores à uma salsicha;

*cc*, *dd*, *ee* – representação da possibilidade de retorno, respectivamente, de *c* a *c*, de *d* a *d* e de *e* a *e*, a partir das composições das transfigurações acima.

Analisando o sistema das transfiguração em questão, tem-se que as únicas transfigurações em que a criança considera que ela acrescentou ou tirou algo são as transfigurações *ab* e *ba*. Note-se que não existe transformação da massa de *b* para *c*, mas apenas um direcionamento da atenção do sujeito para a massa preta. Logo, ao se considerar o conjunto das transfigurações *T* em que o sujeito se concentra apenas sobre a massa preta e suas transformações de forma, tem-se que:  $T = \{cc, cd, ce, dc, dd, de, ec, de, ee\}$ .

Note-se, pois, que *T* constitui um digrafo-RPT, porque satisfaz as propriedades R (Reversibilidade), P (Pontos não isolados) e T (Transitividade) dos digrafos-RPT, expostas na Seção 2. Portanto, a conservação da substância se mostra diretamente relacionada à estrutura lógico-matemática de digrafo-RPT do sistema de esquemas de transfigurações. Ou mais precisamente:



*A estrutura epistêmico-psicológica sistema de esquemas de transfigurações com a forma da estrutura lógico-matemática de digrafo-RPT mostra-se necessária à aquisição da noção de conservação da substância.*

Com efeito. (1) Por um lado, *se o sujeito não consegue representar cada um dos estados por uma imagem mental e as transformações por transfigurações*, então ele não consegue se representar propriamente o sistema dessas transformações e, portanto, não compreende a existência de um invariante, a substância conservada, que permanece a mesma nessas transformações. (2) Por outro lado, *se o sujeito consegue representar cada um dos estados por uma imagem mental e as transformações por transfigurações*, então ele possui um sistema de esquemas de transfigurações, e, como vimos, no caso das transformações de forma (entre uma bola, uma salsicha e duas bolas, mas poderia ser qualquer outro novo estado da massa preta, pois haveria nesse caso transfigurações entre os anteriores e esse novo estado, bem como uma de retorno dele nele próprio), essas teriam a forma de um digrafo-RPT. e, com isso, ele consegue se representar propriamente o sistema dessas transformações e, portanto, é possível compreender a existência de um invariante, a substância conservada, que permanece a mesma nessas transformações.

Portanto, o sistema de esquemas de transfigurações, em que as imagens mentais representam (os estados de) uma substância em diversas formas e que tem a forma de um digrafo-RPT, mostra-se como estrutura necessária e possibilita explicar a capacidade de compreensão da conservação da substância.

Mais ainda, tal resultado possibilita explicar e compreender porque há o surgimento da noção de conservação da substância no Período Operatório Concreto, na medida em que, de acordo com o MoSEAOSS (*cf.* TASSINARI, 2014, p. 21, Hipótese 5), o surgimento das operações sobre símbolos (em especial, sobre

imagens mentais, com as transfigurações) caracteriza o Período Operatório Concreto.

Por fim, tais resultados levam a perguntar: será que se pode mostrar que sempre existirá a estrutura lógico-matemática de digrafo-RPT como forma do sistema de esquemas de transfigurações dos estados em que há conservação, como os da substância, peso ou volume? É o que será tratado na próxima seção.

***Condição Necessária para a Compreensão da Conservação: Um Sistema de Esquemas de Transfigurações com Forma de Digrafo-RPT.***

Considere-se a seguinte questão geral:

*Qual seria a forma (do digrafo) de um sistema de esquemas de transfigurações que represente transformações nas quais haja conservação?*

Para responder a essa questão, considere-se, pois, uma relação  $\sim$  entre estados tal que a expressão  $x\sim y$  denota que existe uma conservação quando se passa do estado  $x$  ao estado  $y$ , ou ainda, que ambos estados  $x$  e  $y$  possuem um mesmo invariante.

Nesse caso, tem-se os seguintes resultados.

*A relação  $\sim$  é simétrica*, isto é: se  $x\sim y$ , então  $y\sim x$ . Com efeito, se  $x\sim y$ , então os estados  $x$  e  $y$  possuem um mesmo invariante, o que equivale a dizer que os estados  $y$  e  $x$  possuem um mesmo invariante, ou seja,  $y\sim x$ .

*A relação  $\sim$  é transitiva*, isto é: se  $x\sim y$  e  $y\sim z$ , então  $x\sim z$ . Com efeito, se  $x\sim y$  e  $y\sim z$ , então os estados  $x$ ,  $y$  e  $z$  possuem um mesmo invariante e, logo, os estados  $x$  e  $z$  possuem um mesmo invariante e, portanto,  $x\sim z$ .

Considere-se agora o conjunto  $T$  das transfigurações  $xy$  que tem o mesmo invariante, ou seja, o conjunto  $T$  das transfigurações  $xy$  tais que  $x\sim y$ . Tem-

se então que o digrafo associado a  $T$  é um digrafo com as propriedades R (Reversibilidade), P (Pontos não isolados) e T (Transitividade) citadas anteriormente.

Com efeito, o digrafo associado a  $T$  tem as propriedades:

(R), pois como a relação  $\sim$  é simétrica, tem-se que, se  $x \sim y$ , então  $y \sim x$ ; isso significa dizer que, se  $xy$  está em  $T$ , então  $yx$  está em  $T$ , logo  $T$  tem a propriedade R;

(T), pois como a relação  $\sim$  é transitiva, tem-se que, se  $x \sim y$  e  $y \sim z$ , então  $x \sim z$ ; isso significa dizer que, se  $xy$  e  $yz$  estão em  $T$ , então  $xz$  está em  $T$ , logo  $T$  tem a propriedade T; e, por fim,

(P), se  $x$  é um estado relativo a uma transfiguração em  $T$ , então existe uma transfiguração  $xy$  ou  $yx$ ; ou seja,  $T$  tem a propriedade P.

Portanto,  $T$  tem uma estrutura lógico-matemática de digrafo-RPT, conforme a definição da Seção 2.

Logo, a resposta a questão inicial desta seção é:

Um sistema de esquemas de transfigurações que represente transformações na quais haja conservação tem, necessariamente, a forma de um digrafo-RPT.

### **Conservação da Substância, do Peso e do Volume, e a Mesma Forma de Justificação.**

A resposta ao problema colocado na seção anterior mostra que a estrutura lógico-matemática de um sistema de esquemas de transfigurações que represente transformações nas quais haja conservação é um digrafo-RPT; mostra ainda que tal afirmação não se restringe apenas ao caso da conservação da substância, como no exemplo da Seção 3, mas se aplica a todos os casos de conservação representados por sistemas de esquemas de transfigurações e, portanto, em especial, aplica-se também aos casos de conservações de peso e volume, nos quais o sujeito pode se representar também os estados por imagens mentais e as transformações por meio de transfigurações.

Lembre-se que as noções de conservação de substância, peso e volume surgem em momentos diferentes do desenvolvimento do sujeito epistêmico, apresentando defasagens entre si.

Como salienta Piaget (1977, p. 149):

Apresenta-se, assim à pessoa duas bolotas de pasta de modelagem de formas, dimensões e pesos iguais, e depois se modifica uma delas (em espiral, etc.), perguntando se foram conservados a matéria (mesma quantidade de pasta), o peso e o volume (sendo que este é avaliado no deslocamento da água em dois vasos onde se mergulham os objetos). Ora, a partir dos sete 7 a 8 anos, a quantidade de matéria é reconhecida como se conservando [...]. Mas até 9 e 10 anos as mesmas crianças contestam que o peso se conserve [...]. Quanto aos raciocínios que acabam de elaborar (não raro, alguns instantes antes) para demonstrar a conservação da substância, em nada são aplicados ao peso: se a espiral é mais fina que a bolota, a matéria se conserva porque esse afinamento é compensado pelo alongamento, mas o peso diminui porque, desse ponto de vista, o afinamento atua de modo absoluto! Por volta de 9 a 10 anos, a conservação do peso é admitida, em virtude dos mesmos raciocínios quanto à matéria, mas, quanto ao volume, é negada ainda antes dos 11 a 12 [...]! [...] uma mesma forma lógica ainda não é, portanto, antes dos 11 a 12 anos, independente do seu conteúdo concreto.

A existência de uma mesma forma lógico-matemática, o digrafo-RPT, dos sistemas de esquemas de transfigurações necessários a noção de conservação explica porque os sujeitos apresentam, em relação às diversas noções de conservações, os mesmos padrões de argumentos (*cf.* PIAGET, 1978, p. 19-20).

Em seus experimentos, Piaget e seus colaboradores encontram três tipos de argumentos que os sujeitos utilizam para justificar a conservação, no Período Operatório Concreto.

O primeiro tipo de argumento encontrado é então o da simples identidade “é o mesmo” ou o de que há conservação porque “nada se tirou ou acrescentou”. Porém, nesse caso, a identidade aqui evocada não é meramente uma identidade qualitativa: nesse caso, a identidade está relacionada a reversibilidade e fechamento das estruturas operatórias, em especial, com as transformações da forma  $xx$  de retorno ao ponto inicial. Piaget (1983, p. 20) salienta:



Quando, no argumento mais frequente, o sujeito diz simplesmente que o mesmo conjunto ou mesmo objeto conserva sua quantidade ao passar do estado A a B, porque “nada se subtraiu nem juntou”, ou simplesmente “porque é o mesmo”, não se trata mais, com efeito, da identidade qualitativa própria do nível precedente, visto que precisamente esta última não acarretava a igualdade ou a conservação quantitativas: trata-se pois daquilo que se chamou em linguagem de “grupos” a “operação idêntica”  $\pm 0$  e esta operação só tem sentido no interior de um sistema.

No segundo tipo de argumento, o sujeito utiliza de forma explícita a reversibilidade das transformações (relacionada aos digrafos com propriedade R), no sentido de que o sujeito afirma haver conservação por poder realizar um retorno ao estado anterior.

Quando (segundo argumento) o sujeito diz que há conservação de A a B visto que se pode ir do estado B ao estado A (reversibilidade por inversão), trata-se de novo de uma operação inerente a um sistema, porque o retorno empírico possível de B a A era também frequentemente admitido no nível precedente, mas igualmente sem acarretar com isso a conservação (PIAGET, 1983, p. 20).

Enfim, no terceiro tipo de argumento, o sujeito se utiliza de uma reversibilidade por compensação, por exemplo, na medida em que uma das qualidades está aumentando (o objeto vai se esticando), outra vai diminuindo (o objeto vai se tornando mais fino), de forma que uma transformação compensa a outra, e que se se invertesse o processo, voltar-se-ia ao estado original, o que constitui um jogo complexo de reversibilidade por compensação que atesta a existência de uma estrutura operatória complexa que pode deduzir *a priori* a conservação. Com efeito, Piaget (1983, p. 20) destaca:

Em terceiro lugar, quando o sujeito diz que a quantidade se conserva porque o objeto se alongou, porém ao mesmo tempo reduziu-se (ou que a coleção ocupa um espaço maior porém torna menos densa) e que uma das duas modificações compensa a outra



(reversibilidade por reciprocidade das relações) é ainda mais claro que há sistema de conjunto e fechado sobre si mesmo: com efeito, o sujeito não faz qualquer mensuração para avaliar as variações e não avalia sua compensação a não ser *a priori* e de maneira puramente dedutiva, o que implica o postulado prévio de uma invariância do sistema total.

Mas, se existe tal defasagem na aquisição das noções de substância, peso e volume, e, se é condição necessária a existência de um sistema de esquemas de transfigurações com a forma de digrafo-RPT, pode-se perguntar: *qual seria a condição suficiente para a aquisição dessas noções de conservações ?*

É o que será tratado na próxima seção.

### **Condição Suficiente para a Compreensão da Conservação.**

Por fim, pode-se perguntar, segundo o MoSEAOSS: *qual seria a condição suficiente para a aquisição de uma noção de conservação ?*

Em relação às defasagens nas aquisições das noções de substância, peso e volume, de acordo como o MoSEAOSS, em relação à forma dos sistemas de esquemas de transfigurações aqui discutidos, tais defasagens implicam que: *para cada conteúdo (substância, peso ou volume) é necessário um sistema de esquemas de transfigurações próprio (com a mesma forma de digrafo-RPT).*

Ou seja, segundo o MoSEAOSS, dizer que a criança compreende cada uma dessas noções de conservação significa dizer que a criança construiu o sistema de esquemas de transfigurações que lhe corresponde e que esse tem a forma de um digrafo-RPT. Por isso, denominam-se de *concretos* aos raciocínios do Período Operatório Concreto em que surge tais sistemas. Como ressalta Piaget (1977, p. 148-149):

Os mesmos raciocínios “concretos” [...] podem ser manejados com facilidade no caso de um sistema determinado de noções (como a quantidade de matéria) e ficar sem significação, nos mesmos indivíduos, por outro sistema de noções (como o peso). É





sobretudo deste ponto de vista que é ilegítimo falar de lógica formal antes do fim da infância [...]

Note-se que nesse nível, no Período Operatório Concreto, a forma (digrafo-RPT) dos sistemas de esquemas de transfigurações não é consciente para o sujeito epistêmico e, portanto, a existência dessa forma geral não implica na generalização dessa forma por parte do sujeito epistêmico, o que só será possível no Período Operatório Formal.

Aliás, é justamente por existir essa forma comum aos diferentes domínios de conservação que o sujeito pode vir a tomar consciência dela, no Período Operatório Formal, como aqui neste trabalho.

Com efeito, de acordo com o MoSEAOSS (*cf.* TASSINARI, 2014, p. 21, Hipótese 5), o surgimento das operações sobre signos (denominadas de *transfigurações*, por analogia às transfigurações), caracteriza o Período Operatório Formal ou Hipotético-Dedutivo. Na medida em que o sujeito pode se utilizar de signos sem designação atual, mas com possibilidade de vir a designar qualquer objeto, o sujeito pode se representar, por operações sobre tais signos, qualquer estrutura lógica-matemática geral (*cf.* FERRAZ; TASSINARI, 2015 e 2016, e FERRAZ, 2014), em especial, as que intervêm na conservação, como os digrafos-RPT, como aqui neste trabalho.

Logo, de acordo com o MoSEAOSS, é condição necessária para que haja a noção de conservação, em cada um dos domínios (substância, peso ou volume), um sistema de esquemas de transfigurações específico para cada conteúdo (substância, peso ou volume), pois, em cada caso, as imagens mentais e as transfigurações sobre elas, que representam as transformações, são relativas a cada conteúdo. É também condição necessária que cada sistema de esquemas de transfigurações tenha a forma de digrafo-RPT. E, por fim, é condição suficiente que se chegue um sistema de esquemas de transfigurações que seja ele próprio

(por ser um esquema) a compreensão dessa conservação mesma por parte do sujeito em termos de sua representação (por operações sobre imagens mentais, isto é, transfigurações).

Não se analisará aqui as características específicas de cada conservação (substância, peso e volume) e, com isso as condições necessárias e suficientes para a aquisição delas, pois o interesse aqui é na forma geral que permite a conservação, independente do conteúdo.

### **Conclusão: Condições Necessárias e Suficientes às Noções de Conservação da Substância, Peso e Volume**

A partir do que foi discutido neste trabalho, pode-se, pois, concluir o seguinte, de acordo com o MoSEAOSS.

(1) São condições necessárias para a existência de uma noção de conservação de um conteúdo particular (substância, peso ou volume):

(1.1) A capacidade de ter imagens mentais distintas (e específicas para cada conteúdo) que representem cada um dos estados do conteúdo em questão;

(1.2) A capacidade de imaginar (no sentido próprio do termo de realizar transfigurações) as transformações em jogo, ou seja, a capacidade de constituir sistema de esquemas de transfigurações; e

(1.3) Que a forma desse sistema de transformações imaginadas, o sistema de esquemas de transfigurações, seja um digrafo-RPT.

(2) É condição suficiente para a aquisição da noção de conservação de um conteúdo particular (substância, peso ou volume) que o sujeito epistêmico chegue um sistema de esquemas de transfigurações que seja ele próprio (por ser um esquema) a compreensão dessa conservação mesma (do conteúdo particular

em questão, substância, peso ou volume) por parte do sujeito em termos de sua representação (por operações sobre imagens mentais, isto é, transfigurações).

### Referências Bibliográficas

APOSTEL, L.; MANDELBROT, B.; PIAGET, J. **Logique et Équilibre**. Paris: P.U.F., 1957.

APOSTEL, L.; GRIZE, J-B; PAPERT, S.; e PIAGET, J. **La Filiation des Structures**. Paris: P.U.F., 1963.

BETH, E. W.; PIAGET, J. **Épistémologie Mathématique et Psychologie: Essai sur les Relations entre la Logique Formelle et la Pensée Réelle**. Paris: P.U.F., 1961.

DANTAS, L. C. V. **A Ressignificação na Terapia Cognitiva: Uma Análise a partir do Modelo do Sistema de Esquema de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos** (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Filosofia, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Marília, 2016. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br>. Acesso em: 02 jul 2020.

DANTAS, L. C. V.; TASSINARI, R. P. **A Ressignificação na Terapia Cognitiva: Uma Análise a Partir do Modelo do Sistema de Esquema de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos. IV Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologia Genéticas: Teoria e Prática na Construção do Conhecimento**. Marília - SP: Fundepe - Editora, 2016. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0B5Clk9eE1rBkVjhIMl83UEptTWs/view?usp=sharing>

FERRAZ, A. A. **Como é Possível o Conhecimento Matemático: Uma Análise a Partir da Epistemologia Genética** (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Filosofia, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Marília, 2014. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br>. Acesso em: 02 jul 2020.

FERRAZ, A. A.; TASSINARI, R. P. **Como é Possível o Conhecimento Matemático: As Estruturas Lógico-Matemáticas a partir da Epistemologia Genética**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2015. Disponível em:

<http://www.culturaacademica.com.br/catalogo/como-e-possivel-o-conhecimento-matematico-uma-analise-a-partir-da-epistemologia-genetica/>. Acesso em: 02 jul 2020.

FERRAZ, A. A.; TASSINARI, R. P. Como é Possível o Conhecimento Matemático: Uma Análise Fundamentada no Modelo do Sistema de Esquemas de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos. **IV Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologia Genéticas: Teoria e Prática na Construção do Conhecimento**. Marília - SP: Fundepe Editora, 2016. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0B5Clk9eE1rBkYUs2WEJPQUJuX1U/view?usp=sharing> Acesso em: 02 jul 2020.

FERREIRA, R.R. **Sobre o uso da função proposicional e sua gênese segundo a Epistemologia Genética** (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Filosofia, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Marília, 2011. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br>. Acesso em: 02 jul 2020.

FERREIRA, R. R. ; TASSINARI, R. P. **Piaget e a Predicação Universal**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2013. Disponível em: <http://www.culturaacademica.com.br/catalogo/piaget-e-a-predicacao-universal/>. Acesso em: 02 jul 2020.

FREITAS, S. F. **Animismo e Artificialismo: Uma análise a partir do Modelo do Sistema de Esquemas de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos** (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Filosofia, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Marília, 2020. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br>. Acesso em: 02 jul 2020.

GOUSTARD, M.; GRÉCO, P.; MATALON, B.; PIAGET, J. **La Logique des Apprentissages**. Paris: P.U.F., 1959.

GRANGER, G-G. Jean Piaget e a Epistemologia Genética. **Schème**, 5(1), disponível em [www.marilia.unesp.br/scheme](http://www.marilia.unesp.br/scheme), 2013.

GRIZE, J-B. **Du groupement au nombre: essai de formalisation**. In: GOUSTARD *et alli*, 1959.

\_\_\_\_\_. **Des groupements à l'algèbre de Boole.** In: APOSTEL *et alli*, 1963.

\_\_\_\_\_. **Remarques sur l'épistémologie mathématique des nombres naturels.** In: PIAGET, 1967.

LATANSIO, V. D. **A Significação na Epistemologia Genética: Contribuições para uma Teoria do Conhecimento** (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Filosofia, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Marília, 2010. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br>. Acesso em: 02 jul 2020.

MARÇAL, V.E.R.; TASSINARI, R. P. O Modelo Grupo Prático de Deslocamentos em Psicologia e Epistemologia Genéticas e sua Formalização. **Schème: Rev. Eletr. de Psic. e Epist. Gen.**, Marília, [Online]. v. 5, n. 1, p. 6-18, 2013. Disponível em: <http://revistas.marilia.unesp.br/index.php/scheme>. Acesso em: 02 jul 2020.

MARÇAL, V.E.R.; TASSINARI, R. P. O Caráter a priori das Estruturas Necessárias ao Conhecimento, Construídas segundo a Epistemologia Genética. **Schème: Rev. Eletr. de Psic. e Epist. Gen.**, Marília, [Online]. v. 6, n. Especial, p. 225-241, 2014. Disponível em: <http://revistas.marilia.unesp.br/index.php/scheme>. Acesso em: 02 jul 2020.

MONTOYA, A. O. D.; MORAIS-SHIMIZU, A.; MARÇAL, V. E. R.; MOURA, J. F. B. (Org.). **Jean Piaget no século XXI: Escritos de Epistemologia e Psicologia Genéticas.** Marília - SP / São Paulo - SP: Oficina Universitária/Cultura Acadêmica, 2011.

PENTEADO, M. L.; TASSINARI, R. P. Teoria da Relatividade Restrita, Epistemologia Genética e o Modelo do Sistema de Esquema de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos. **IV Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologia Genéticas: Teoria e Prática na Construção do Conhecimento.** Marília - SP: Fundepe Editora, 2016. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0B5Clk9eE1rBkTk9oVk5oRmtJdW8/view?usp=sharing>

PIAGET (org). **Classes, Relations et Nombres: Essai sur les Groupements de la Logistique et sur la Reversibilité de la Pense.** Paris: J. Vrin, 1942.

\_\_\_\_\_. **Logique et Connaissance Scientifique.** Paris: Gallimard, 1967.

\_\_\_\_\_. **O Nascimento da Inteligência na Criança.** Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1974.

\_\_\_\_\_. **Ensaio de Lógica Operatória.** Porto Alegre: Globo, São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1976. Tradução de: *Essai de Logique Opératoire* - 2e éd. établie par Jean-Blaise Grize. Paris: Dunod, 1972.

\_\_\_\_\_. **Psicologia da Inteligência.** Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1977.

\_\_\_\_\_. **A Epistemologia Genética.** São Paulo: Abril Cultural (Coleção Os Pensadores), 1983.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **O Desenvolvimento das Quantidades Físicas na Criança:** Conservação e Atomismo. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A Gênese do Número na Criança.** Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.

TASSINARI, R. P. **Da Ação sobre a Experiência Sensível à Estruturação Lógica do Real:** Um Estudo da Forma da Construção do «Agrupamento» em Piaget. Dissertação de Mestrado realizada sob orientação de Profa. Dra. Zelia-Ramozzi Chiarottino e do Prof. Dr. César Ades e defendida no Instituto de Psicologia da USP/São Paulo, 1998.

\_\_\_\_\_. **Sobre uma Estrutura Fundamental para a Lógica Operatória Concreta,** 2011. In: Montoya *et alli*, 2011, p. 31-46. Disponível em: [www.marilia.unesp.br/Home/Publicacoes/jean\\_piaget.pdf](http://www.marilia.unesp.br/Home/Publicacoes/jean_piaget.pdf). Acesso em: 02 jul 2020.

\_\_\_\_\_. Formalização em Epistemologia Genética e Digrafos. **Cognitio**, São Paulo, 15(1), 2013. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br>. Acesso em: 02 jul 2020.

\_\_\_\_\_. O Modelo do Sistema de Esquemas de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos. **Schème: Rev. Eletr. de Psic. e Epist. Gen.**, Marília, [Online]. v. 6, n. Especial, p. 7-44, 2014. Disponível em: <http://revistas.marilia.unesp.br/index.php/scheme>. Acesso em: 02 jul 2020.

\_\_\_\_\_. Como é Possível a Filosofia? Uma Análise a partir do Modelo do Sistema de Esquemas de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos. In: **IV Colóquio Internacio-**

**nal de Epistemologia e Psicologia Genéticas:** Teoria e Prática na Construção do Conhecimento, 2016, Marília. IV Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologia Genéticas: Teoria e Prática na Construção do Conhecimento. Marília - SP: Fundepe Editora, 2016. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0B5Clk9eE1rBk-NUphd1M4WGlx2c/view?usp=sharing> Acesso em: 02 jul 2020.

\_\_\_\_\_. Estrutura e Gênese do Sistema das Autoconsciências: Epistemologia Genética, MoSEAOSS e as Possibilidades das Significações de Ser Humano. In: **V Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologia Genéticas:** Educação Democrática e Novas Alternativas, 2018, Marília - SP. V Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologia Genéticas: Educação Democrática e Novas Alternativas. Marília - SP: STAEPE-FFC-UNESP, 2018. Disponível em: <http://www.inscricoes.fmb.unesp.br/upload/trabalhos/2018923234347.pdf> Acesso em: 02 jul 2020.

WITZ, K.G. On the structure of Piaget's Grouping I. **Archives de Psychologie**, Genève, 1969.